

## УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ

# Ускорение электронов в режиме релятивистского самозахвата экстремального света

В.Ю.Быченков, М.Г.Лобок

*Продemonстрирована возможность использования лазерного импульса XCELS, распространяющегося в плазме около критической плотности в режиме релятивистского самозахвата, для ускорения большого числа электронов с энергией около 0.2–2 ГэВ с рекордным зарядом, почти до 0.1 мкКл. Еще больший заряд сосредоточен в электронах с энергией ~100 МэВ. Это открывает новые перспективы использования таких сгустков электронов для создания сверхъярких источников гамма-излучения и получения высокого выхода продуктов фотоядерных реакций и ядерных каскадов.*

**Ключевые слова:** релятивистский самозахват, ускорение электронов, метод «частица-в-ячейке».

## 1. Введение

Среди изучаемых механизмов лазерного ускорения электронов главное место занимает так называемое кильватерное ускорение и прежде всего потому, что до сих пор основное внимание уделялось получению электронных сгустков именно с максимальной энергией. Ускорение электронов до мультитигаэлектронвольтных энергий уже экспериментально наблюдается на регулярной основе [1, 3]. Вместе с тем имеется большое число значимых приложений, для которых требуются ускоренные электроны меньших энергий (в пределах от 100 МэВ до 1 ГэВ), но в значительно большем количестве. Предлагаемый нами подход в рамках кильватерного ускорения для его экспериментальной реализации на лазерном пучке инфраструктуры XCELS с учетом преимуществ высоких интенсивности и полной энергии лазерного импульса отвечает именно последнему запросу.

Проблема устойчивого нелинейного распространения в плазме короткого релятивистски-интенсивного лазерного импульса на расстояния, значительно превышающие рэлеевскую длину, является критической для кильватерного ускорения электронов [4, 5], поскольку оно должно обеспечить достаточно высокую энергию частиц. Кильватерное ускорение рассматривается как многообещающий механизм ускорения электронов до высоких энергий на лабораторном масштабе для создания компактных источников электромагнитного, например терагерцевого, рентгеновского и гамма-излучения, а также источников электронов для радиационной терапии и для получения ядерных продуктов в различных фотоядерных реакциях. Однако в наиболее широко используемой классической схеме кильватерного ускорения в плазме с ти-

пичной электронной концентрацией  $n_e$ , заметно меньшей  $10^{20} \text{ см}^{-3}$ , характерный заряд ускоренных электронов оказывается существенно меньшим 1 нКл, что сдерживает ее применение для таких приложений. При этом требуется, чтобы, с одной стороны, лазерный импульс устойчиво проходил в ускоряющей среде много рэлеевских длин, а с другой – распространялся в достаточно плотной плазме, которая могла бы обеспечить существенно более высокий полный заряд ускоренного сгустка электронов.

Наиболее хорошо известной реализацией трехмерной ускоряющей структуры является так называемый кильватерный пузырь («bubble») [6, 7] – каверна с вытесненными под действием пондеромоторной силы лазерного импульса электронами мишени, в которой имеются продольное электрическое поле (вдоль оси распространения лазерного импульса), ускоряющее некоторое число электронов, и кулоновское поле, фокусирующее электроны на ось. Такая реализация хорошо исследована для разреженной плазмы с концентрацией электронов, много меньшей критической концентрации  $n_c$ , для лазерных импульсов длиной меньше или порядка плазменной длины волны и поперечного размера пузыря. Применение таких ускоряющих структур связывается с разработкой источника гигаэлектронвольтных электронов с высокой коллимированностью и приемлемой монохроматичностью. Однако полный заряд генерируемого сгустка электронов, ускоряемых в пузыре, невысок (типично на мультипиккулонном уровне). Это ограничение преодолевается при распространении импульса лазерного света в режиме релятивистского самозахвата в прозрачной плазме достаточно высокой концентрации, на уровне от десяти до нескольких десятков процентов от критической концентрации. Такой режим был идентифицирован и предложен к использованию для ряда практических применений в работах [8–15], где заряд ускоренных до ~100 МэВ электронов оказывается на мультитанкокулонном уровне для лазеров мощностью ~100 ТВт.

Исследование на основе трехмерного моделирования методом «частица-в-ячейке» (PIC – particle in cell) [8, 9] выявило возможность распространения релятивистски интенсивного лазерного импульса в однородной плазме с околорелятивистской концентрацией в виде солитона, как

**В.Ю.Быченков, М.Г.Лобок.** Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л.Духова, Россия, 127030 Москва, Сушевская ул., 22; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: mglobok@vniia.ru

движущейся со скоростью, близкой к скорости света, структуры, заполненной лазерным светом («лазерная пуля»). Лазерная пуля устойчиво проходит расстояние порядка десяти рэлеевских длин в такой плотной плазме, пока из-за потерь не происходит полное истощение энергии лазерного импульса. В этом режиме дифракционная расходимость сбалансирована нелинейностью среды, обуславливающей релятивистское утяжеление электронов и кавитацию последних таким образом, что самофокусировки на ось не происходит, а самосогласованно устанавливается определенный поперечный размер каверны, практически неизменный в течение всего времени распространения импульса вплоть до его истощения. При этом длина лазерного импульса заметно превышает как плазменную длину волны, так и его ширину. Такой режим распространения, по существу, аналогичен выявленному почти 60 лет назад самозахвату слабых лазерных импульсов, описываемому нелинейным уравнением Шредингера с кубической нелинейностью [16–18], и поэтому был назван релятивистским самозахватом [8, 9]. Отметим, что формирование световой пули свойственно и конденсированным средам [19]. Однако если в последних ее формирование происходило с течением времени, по мере распространения излучения, то в рассматриваемом случае сильных световых полей входящий в плазму импульс сразу самосогласованно подстраивается под среду, сохраняя благодаря релятивистской нелинейности свою исходную форму.

Важным шагом, дополняющим исследование [8, 9] изучением устойчивости режима релятивистского самозахвата в случае, когда граница на входе лазерного импульса не резкая, а имеет вид преплазмы (рампы плотности), явилась работа [20]. Дело в том, что типичной мишенью для кильватерного ускорения электронов служит газовая микроструя, и если однородность плотности газа по ее основному объему реализуется рутинным образом, то вблизи границы с вакуумом имеет место естественная неоднородность плазмы (преплазма). В этой связи вставал вопрос, не разрушит ли преплазма режим релятивистского самозахвата, и если нет, то насколько может снизиться эффективность генерации электронных сгустков с зарядом, сопоставимым с получаемым в однородной плазме. Отвечая на этот вопрос с использованием трехмерного кинетического моделирования методом «частица-в-ячейке», в работе [20] доказана возможность реализации режима релятивистского самозахвата лазерного импульса в плазме с неоднородным профилем плотности. Выявлены необходимые для этого условия фокусировки лазерного света в зависимости от градиентной длины плотности плазмы, и проведено сравнение эффективности лазерно-иницированного ускорения электронов со случаем однородной плазмы. При этом показано, что при правильном выборе положения фокуса лазерного пучка на профиле плотности и размера пятна фокусировки режим релятивистского самозахвата так же эффективен, как и в однородной мишени. Этот важный вывод позволяет во всех исследованиях режима релятивистского самозахвата использовать модель однородной плазмы, что и предполагается ниже, хотя уточняющие детали могут быть получены, следуя работе [20].

Здесь мы описываем возможную постановку эксперимента по ускорению электронов в режиме релятивистского самозахвата для параметров лазерного импульса, жи-

даемых на установке XCELS, и самосогласованной с ними плотности мишени. Представлены результаты пространственно-временных, спектральных и угловых характеристик генерируемого электронного сгустка, полученные с использованием трехмерного PIC-моделирования.

## 2. Постановка эксперимента

Проведенное в последние годы трехмерное численное PIC-моделирование показало, что устойчивое распространение в однородной плазме релятивистски-интенсивного лазерного импульса (т.е. со стандартной безразмерной амплитудой поля  $a_0 \gg 1$ ) на расстояния, много большие рэлеевской длины, возможно при определенном согласовании между поперечным размером распространяющейся световой пули, электронной концентрацией плазмы и интенсивностью (мощностью) лазерного импульса (см., напр., [8, 21–23]). Одновременно имеет место эффективное ускорение электронов, самоинжектирующихся в плазменную каверну в условиях полной кавитации электронов. Впоследствии было доказано, что выявленное в численных экспериментах согласование лазерно-плазменных параметров с нелинейно-оптической точки зрения отвечает самозахватной моде в плазме с релятивистской нелинейностью [10, 12]. Указанное лазерно-плазменное согласование записывается в виде соотношения

$$R \approx 0.4 \lambda (n_c/n_e)^{1/3} (P/P_0)^{1/6}, \quad (1)$$

связывающего радиус каверны  $R$  с электронной концентрацией и мощностью лазерного импульса  $P$ , где  $\lambda$  – длина волны лазерного света, а  $P_0 = 17$  ГВт – критическая мощность для релятивистской самофокусировки, вычисленная для электронной концентрации, равной критической. С физической точки зрения соотношение (1) следует из согласования дифракционного угла расходимости лучей лазерного света из фокального пятна с числовой апертурой релятивистского плазменного волновода с эвакуированными из сердцевины электронами.

Таким образом, в обсуждаемом эксперименте концентрация электронов мишени должна подбираться под параметры лазерного импульса в соответствии с условием (1). Имея в виду очень высокую ожидаемую мощность пучка XCELS,  $P/P_0 \gg 1$ , из (1) следует, что при ожидаемом радиусе пятна в несколько длин волн мишень должна иметь электронную концентрацию порядка критической. Это, согласно [8, 9], позволит получить рекордный выход субгигаэлектронвольтных лазерно-ускоренных электронов.

## 3. Моделирование эксперимента

Моделирование ускорения электронов в режиме релятивистского самозахвата проводилось с помощью трехмерного PIC-моделирования высокопроизводительным релятивистским электромагнитным кодом VSim. Линейно поляризованный вдоль оси  $z$  лазерный импульс с гауссовым пространственным распределением (как по продольному, так и по поперечному направлениям), мощностью  $P = 15$  ПВт, интенсивностью в максимуме  $3.76 \times 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>, длительностью (FWHM)  $\tau = 25$  фс и размером пятна фокусировки (FWHM)  $D = 6$  мкм распространяется вдоль

оси  $x$ . Импульс падает на однородную плазму длиной 218 мкм, состоящую из электронов и ионов He. Длина волны лазерного излучения составляет  $\lambda = 910$  нм.

Моделирование как для указанных параметров, так и для соответствующих той же мощности импульса, но с более широким пятном ( $D = 10$  мкм), проводилось с использованием метода движущегося окна размером от  $x \times y \times z = 58\lambda \times 34\lambda \times 34\lambda$  до  $x \times y \times z = 58\lambda \times 58\lambda \times 58\lambda$  с шагом пространственной сетки  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z = 0.04\lambda \times 0.06\lambda \times 0.06\lambda$ . Общее число крупных частиц в расчетной области составляло  $\sim (3-8) \times 10^8$ . Продолжительность типичного расчета оказывалась примерно 150 ч на 200 процессорах.

Расчеты, подобные проведенным в работах [8, 9], установили оптимальную концентрацию мишени, которая по порядку величины соответствовала выполнению условия релятивистского самозахвата лазерного импульса (1). Соответственно, для  $D = 6$  мкм электронная концентрация плазмы  $n_e$  оказывалась равной  $7.3 \times 10^{20}$  см $^{-3}$ , что составляет  $0.55n_c$ .

#### 4. Результаты моделирования

Сначала представим результаты численного моделирования лазерного кильватерного ускорения электронов для пятна с  $D = 6$  мкм. Они касаются пространственно-временных, энергетических, угловых и поляризационных распределений высокоэнергетичных электронов (с энергией  $\epsilon_e$ , превышающей 100 МэВ).

На рис.1 изображена структура типа лазерной пули с электромагнитным полем внутри нее (напряженностью в относительных единицах) в двух проекциях: на плоскость поляризации ( $xz$ ) и поперечную ей плоскость ( $xy$ ), после прохождения лазерным импульсом в низкоплотной мишени расстояния порядка 15 длин лазерного импульса, длина которого  $\sim 7.5$  мкм. Хорошо видна лазерно-плазменная каверна длиной порядка длины импульса и уже сформировавшимся самосогласованным поперечным размером, отвечающим радиусу порядка 5 мкм, который сохраняется и в дальнейшем, при распространении импульса вплоть до практически полного истощения его

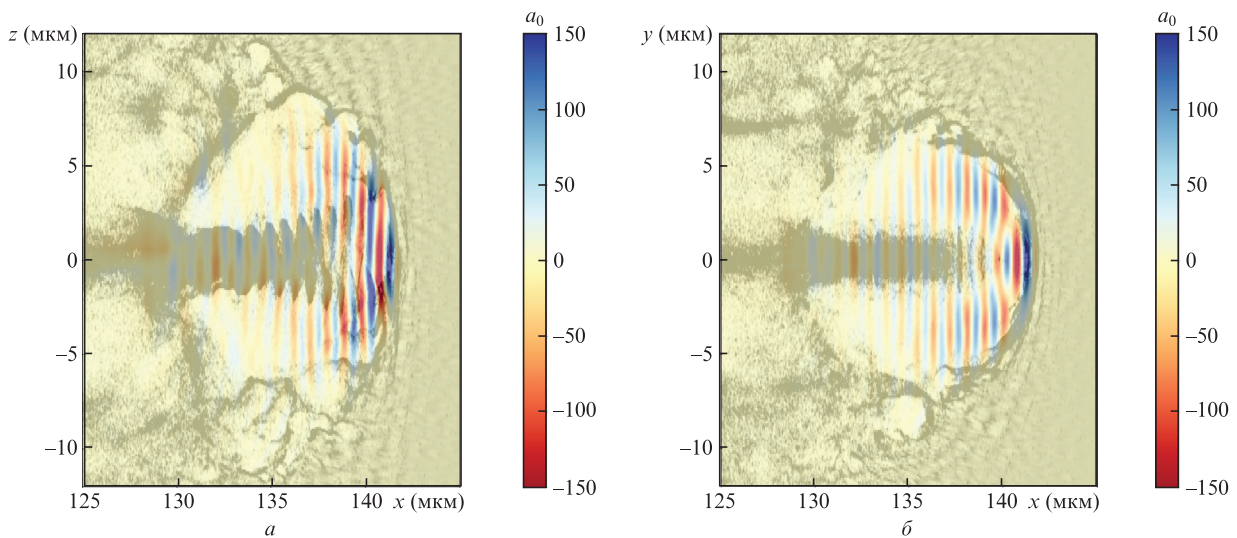


Рис.1. Распределения концентрации электронов (серым) и лазерного электрического поля импульса с  $D = 6$  мкм (в цвете) в плоскости поляризации лазерного света ( $xz$ ) и плоскости, перпендикулярной направлению поляризации и распространения импульса ( $xy$ ). Внутри каверны, в приосевой области, видны ускоренные высокоэнергетичные электроны;  $a_0$  – стандартная безразмерная амплитуда лазерного поля.

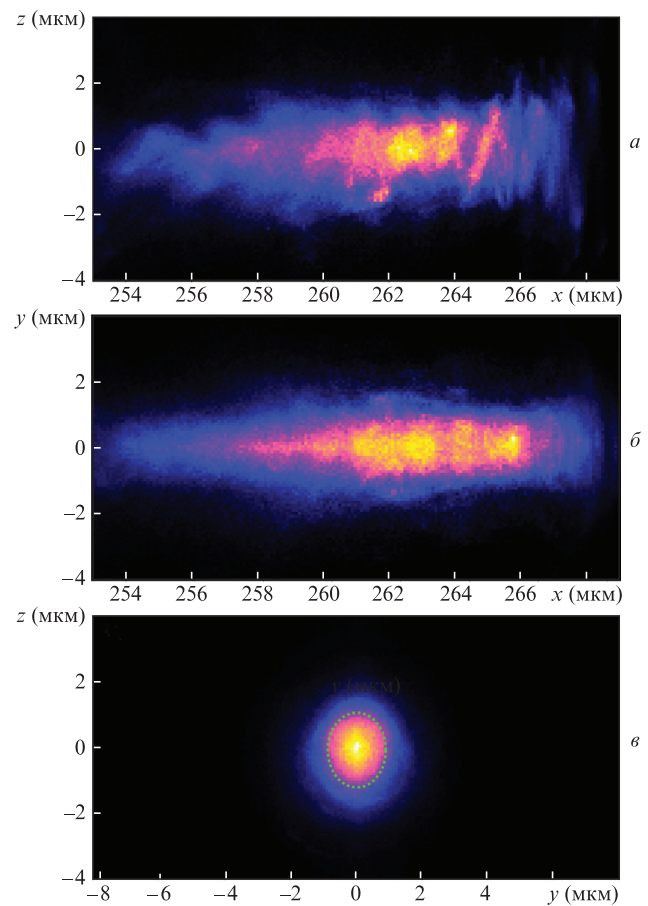


Рис.2. Пространственные распределения кильватерно-ускоренных электронов в проекциях  $xz$ ,  $xy$  и  $yz$  для лазерного пучка с  $D = 6$  мкм. Цвет пикселя характеризует полную энергию (увеличивающуюся на порядок при переходе от синего к белому) всех электронов, попадающих в фазовые координаты пикселя.

энергии. На момент кадра лазерно-плазменной структуры, представленного на рис.1, лазерный импульс уже несколько истощен из-за пондеромоторных потерь на расталкивание электронов плазмы. Характерная длина исто-

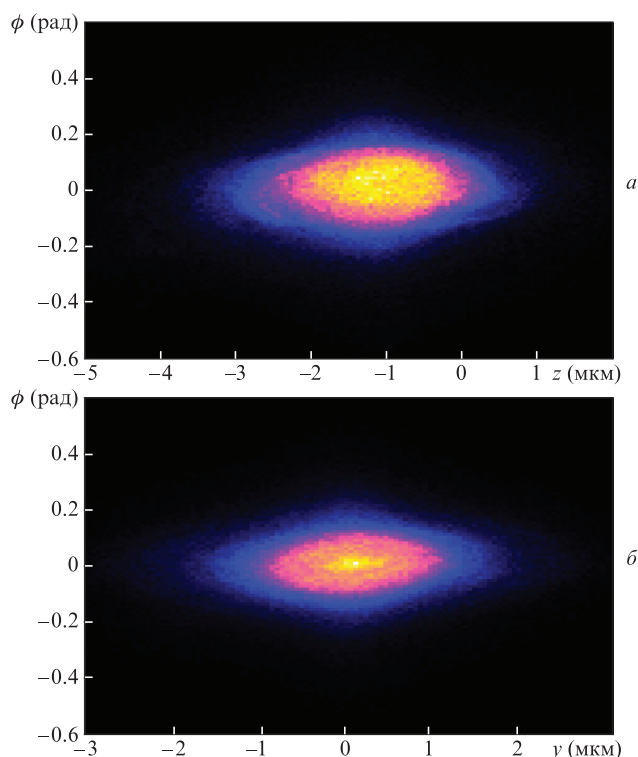


Рис.3. Фазовое пространство для расчета поперечного эмиттansa. Цвет пикселя характеризует полную энергию (увеличивающуюся на порядок при переходе от синего к белому) всех электронов, попадающих в фазовые координаты пикселя.

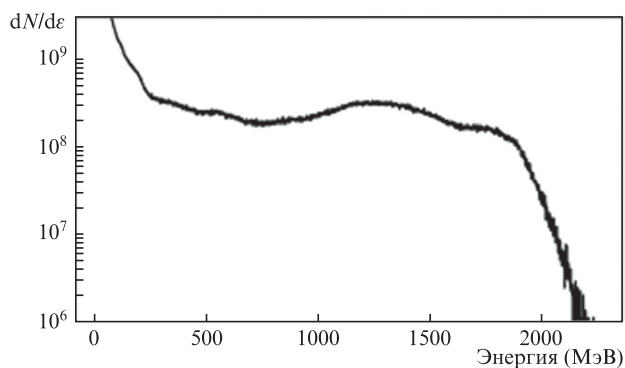


Рис.4. Энергетический спектр электронов, ускоренных в режиме релятивистского самозахвата лазерного света, для варианта фокусировки в пятно размером 6 мкм.

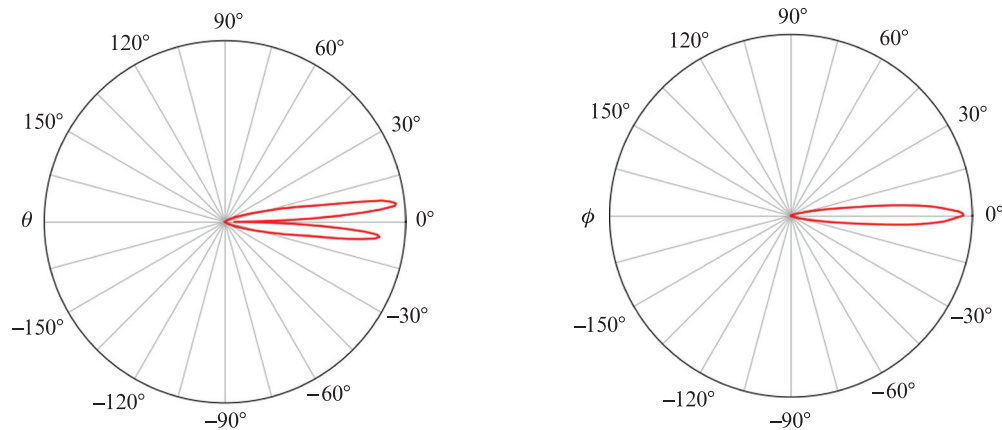


Рис.5. Угловое распределение электронов в плоскости поляризации (слева) и поперек направления поляризации (справа) для варианта фокусировки в пятно размером 6 мкм.

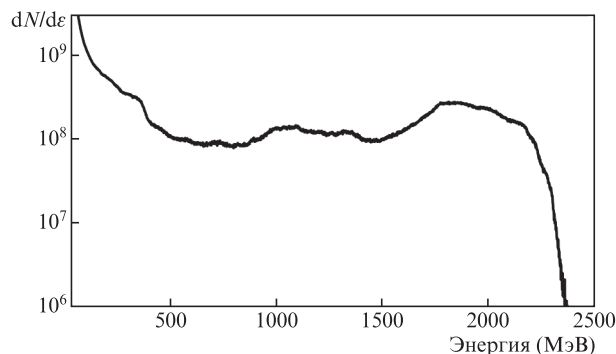


Рис.6. Энергетический спектр электронов, ускоренных в режиме релятивистского самозахвата лазерного света, для варианта фокусировки в пятно размером 10 мкм.

щения импульса хорошо количественно следует численно установленной оценке [11, 20]:

$$L_d \approx \frac{a_0}{8} \frac{n_c}{n_e} c\tau. \quad (2)$$

Именно величина (2), а не длина дефазировки электронного сгустка с ускоряющим электростатическим полем, определяет характерную длину ускорения электронов для рассматриваемых условий ультрарелятивистской лазерной интенсивности ( $a_0 \gg 1$ ), ультракороткого импульса ( $c\tau < 10\lambda$ ) и субкритической концентрации плазмы ( $n_e < n_c$ ), поскольку  $2(a_0 n_c / n_e)^{1/2} > c\tau / \lambda$ . В центре каверны на рис.1 отчетливо различимы ускоряемые ее электростатическим полем электроны. Длина плазменного слоя в проведенной серии расчетов выбиралась таким образом, чтобы к моменту выхода электронов из мишени их суммарная энергия была максимальна.

Полученные на выходе из низкоплотной мишени характеристики ускоренного электронного сгустка (с учетом выделенного направления поляризации лазерного импульса) иллюстрируются рис.2. Длина электронного сгустка сопоставима с длиной импульса, а его поперечный размер составляет  $\sim 4\lambda$ . Полный заряд электронов с энергией, превышающей 100 МэВ, оказывается равным 85 нКл. При средней энергии  $\sim 800$  МэВ, общая энергия электронов составляет  $\sim 70$  Дж, а эффективность конверсии оказывается  $\sim 17\%$ . Усредненный поперечный эмиттанс для таких высокоэнергетических электронов ( $\epsilon_c > 100$  МэВ) составляет  $\sim 30$  мрад·мм. Оценка последнего

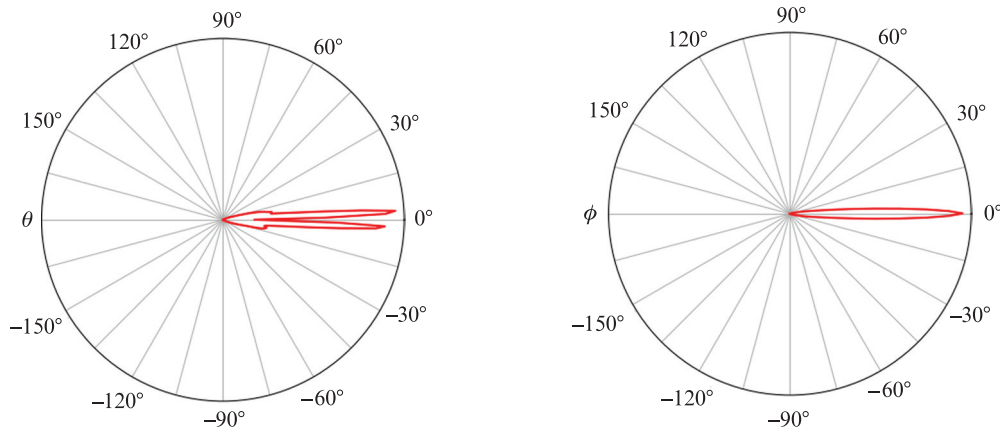


Рис.7. Угловое распределение электронов в плоскости поляризации (слева) и поперек направления поляризации (справа) для варианта фокусировки в пятно размером 10 мкм.

сделана с использованием фазовых портретов, представленных на рис.3 ( $\phi_{z,y} = \arctg[p_{z,y}/p_x]$ ). Энергетический спектр ускоренных электронов представлен на рис.4 и имеет типичную для режима самозахвата платообразную форму [8, 9]. Для предполагаемых параметров XCELS плато формируется в диапазоне энергий около 0.2–2 ГэВ. Угловое распределение электронов характеризуется анизотропией: в плоскости поляризации лазерного пучка хо-

рошо различаются два лепестка (джета) быстрых электронов. Они определяют угловой разброс электронов относительно лазерной оси, составляющий  $\sim 6^\circ$  (рис.5, слева). Этого не наблюдается в поперечной плоскости (рис.5, справа).

При использовании более широкого ( $D = 10$  мкм) лазерного пучка с той же полной энергией, но с меньшей интенсивностью в максимуме,  $1.3 \times 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>, и при соответствующей электронной концентрации мишени  $0.12n_c$  получены схожие результаты. При несколько меньшем суммарном заряде  $\sim 70$  нКл средняя энергия возросла до  $\sim 1$  ГэВ. Платообразный спектр распространился до энергии отсечки  $\sim 2.2$  ГэВ (рис.6), коэффициент конверсии в быстрые электроны практически не изменился, слегка уменьшившись до  $\sim 16\%$ . В то же время улучшилась коллимированность электронного пучка: его угловой разброс уменьшился примерно в 2 раза до  $\sim 3^\circ$  (рис.7). Пространственное распределение электронного сгустка иллюстрируется видом сбоку, поперек (рис.8,а) и вдоль (рис.8,б) направления поляризации, а также анфас (рис.8,в). Рис.8 демонстрирует формирование компактного сгустка высокоэнергетичных электронов (0.2–2 ГэВ) цилиндрической формы, длиной порядка длины лазерного импульса и пятном размером  $\sim 4\lambda$ . В сечении видна достаточно хорошая симметрия распределения ускоренных электронов (окружность на рис.8,в). В этом некоторое отличие от наблюдавшейся небольшой эллиптичности сечения вылетающих электронов, несколько вытянутого в направлении поляризации лазерного света, в случае более острой фокусировки импульса (см. рис.2).

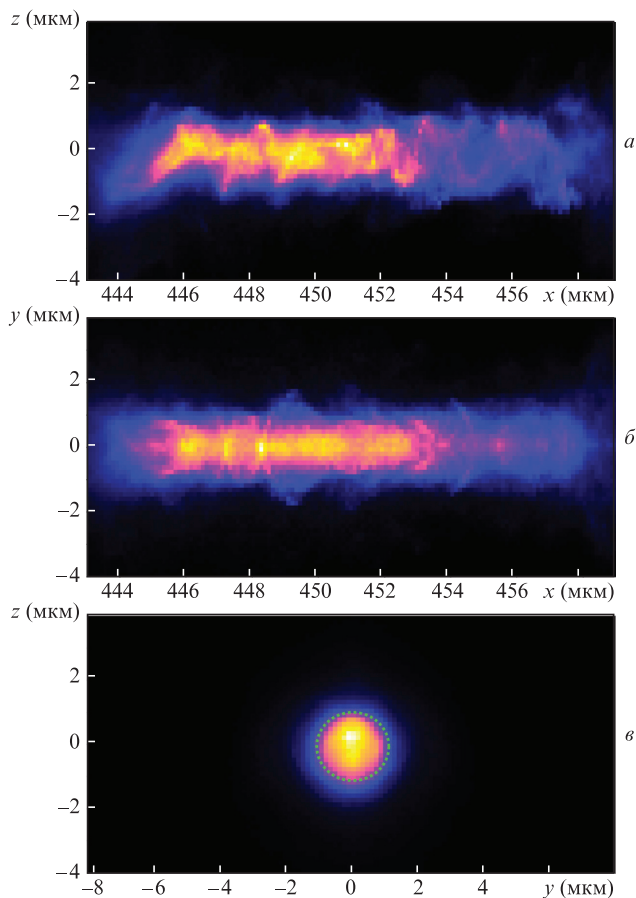


Рис.8. Пространственные распределения электронов в проекциях  $xz$  (а),  $xy$  (б) и  $yz$  (в). Фокусировка лазерного излучения в пятно размером 10 мкм. Цвет пикселя характеризует полную энергию (увеличивающуюся на порядок при переходе от синего к белому) всех электронов, попадающих в пиксель.

## 5. Требование к эксперименту и возможные проблемы

Описанный эксперимент с использованием XCELS-лазера не требует специальных средств диагностики лазерно-ускоренных электронов, отличных от хорошо известных и давно используемых для кильватерного метода. Это существенно упрощает проведение эксперимента.

Наиболее критичной и требующей определенного «новаторства» является подготовка мишени околоритической плотности. В качестве таковой могут быть использованы либо газовая ячейка, выдерживающая высокие давления, либо газовая струя высокой плотности, вероятно, в области, предельно близкой к обрзу сопла.

Возможной альтернативой может служить мишень, образующаяся при предварительной гомогенизации малоинтенсивным лазерным предимпульсом малоплотной (пенной) мишени, подобно тому как это делалось в экспериментах [24].

Здесь были представлены два варианта эксперимента для разных размеров фокального лазерного пятна, которые показывают, что предельная для 15 ПВт лазерного импульса фокусировка в горячее пятно диаметром 6 мкм может быть вероятно смягчена на менее острую фокусировку, во вдвое больший размер. При этом результат (параметры ускоренного электронного сгустка) практически не меняется, что демонстрирует малочувствительность эксперимента к фокусировке лазерного пучка в определенных пределах и также упрощает проведение эксперимента с XCELS-лазером.

## 6. Заключение и выводы

Выше продемонстрирована возможность использования лазерного импульса XCELS, распространяющегося в плазме околоритической плотности в режиме релятивистского самозахвата, для ускорения большого числа электронов с энергией около 0.2–2 ГэВ с рекордным зарядом, почти до 0.1 мкКл. Еще больший заряд сосредоточен в электронах с энергией  $\sim 100$  МэВ.

Обсуждаемый механизм генерации таких высокоэнергетичных электронов важен для большого числа применений, основанных на создании инновационных радиационных источников с использованием лазеров нового поколения, типа XCELS. Для целого ряда из них предполагается проведение самостоятельных работ в рамках проекта XCELS (см., напр., [25–28]). Именно использование обсужденного выше метода ускорения электронов позволяет создать источники предельной яркости электронов высокой энергии для радиотерапии, быстрых нейтронов для ядерной физики, гамма-излучения мультимегаэлектронвольтового диапазона для глубокой радиографии, достаточно плотной электрон-позитронной плазмы, элементарных частиц, сверхинтенсивных импульсов терагерцевого излучения, быстрых поверхностных токов рекордной силы, сверхжесткого мощного бетатронного излучения для фазово-контрастного имиджинга высокого разрешения и высокопроизводительного цифрового фенотипирования в селекции растений, для получения медицинских ПЭТ- и ОФЭКТ-изотопов. Это важно для решения ряда задач в инновационной индустрии, в лечении социально значимых заболеваний, для ядерной фармакологии и для обеспечения безопасности, включая продовольственную.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (в рамках соглашения №075-15-2021-1361) и Российского фонда фундаменталь-

ных исследований (в рамках гранта РФФИ-РОСАТОМ №20-21-00023).

- Kim H.T., Pae K.H., Cha H.J., Kim I.J., Yu T.J., Sung J.H., Lee S.K., Jeong T.M., Lee J. *Phys. Rev. Lett.*, **111**, 165002 (2013).
- Leemans W.P., Gonsalves A.J., Mao H.S., Nakamura K., Benedetti C., Schroeder C.B., Tóth Cs., Daniels J., Mittelberger D.E., Bulanov S.S., Vay J.-L., Geddes C.G.R., Esarey E. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245002 (2014).
- Gonsalves A.J., Nakamura K., Daniels J., Benedetti C., Pieronek C., de Raadt T.C.H., Steinke S., Bin J.H., Bulanov S.S., van Tilborg J., Geddes C.G.R., Schroeder C.B., Tóth Cs., Esarey E., Swanson K., Fan-Chiang L., Bagdasarov G., Bobrova N., Gasilov V., Korn G., Satorov P., Leemans W.P. *Phys. Rev. Lett.*, **122**, 084801 (2019).
- Tajima T., Dawson J.M. *Phys. Rev. Lett.*, **43**, 267 (1979).
- Esarey E., Sprangle P., Krall J., Ting A. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 1229 (2009).
- Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. *Appl. Phys. B*, **74**, 355 (2002).
- Pukhov A., Gordienko S., Kiselev S., Kostyukov I. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **46**, B179 (2004).
- Lobok M.G., Brantov A.V., Gozhev D.A., Bychenkov V.Yu. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **60**, 084010 (2018).
- Bychenkov V.Yu., Lobok M.G., Kovalev V.F., Brantov A.V. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **61**, 124004 (2019).
- Kovalev V.F., Bychenkov V.Yu. *Phys. Rev. E*, **99**, 043201 (2019).
- Lobok M.G., Brantov A.V., Bychenkov V.Yu. *Phys. Plasmas*, **26**, 123107 (2019).
- Ковалев В.Ф., Быченков В.Ю. *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, **63**, 825 (2020) [*Radiophysics and Quantum Electronics*, **63**, 742 (2021)].
- Lobok M.G., Brantov A.V., Bychenkov V.Yu. *Phys. Plasmas*, **27**, 123103 (2020).
- Lobok M.G., Brantov A.V., Bychenkov V.Yu. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **64**, 054002 (2022).
- Лобок М.Г., Быченков В.Ю. *Физика плазмы*, **48**, 490 (2022) [*Plasma Phys. Rep.*, **48**, 591 (2022)].
- Таланов В.И. *Известия ВУЗов. Радиофизика*, **7**, 564 (1964) [*Russian J. Izvestia Vuzov, Radiophysica*, **7**, 564 (1964)].
- Chiao R.Y., Garmire E., Townes C. *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 479 (1964).
- Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. *ЖЭТФ*, **50**, 1537 (1966) [*Sov. Phys. JETP*, **23**, 1025 (1966)].
- Залозная Е.Д., Дормидонов А.Е., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. *Письма в ЖЭТФ*, **113**, 817 (2021) [*JETP Lett.*, **113**, 787 (2021)].
- Быченков В.Ю., Лобок М.Г. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 650 (2021) [*JETP Lett.*, **114**, 571 (2021)].
- Gordienko S., Pukhov A. *Phys. Plasmas*, **12**, 043109 (2005).
- Lu W., Tzoufras M., Joshi C., Tsung F.S., Mori W.B., Vieira J., Fonseca R.A., Silva L.O. *Phys. Rev. Accel. Beams*, **10**, 061301 (2007).
- Masson-Laborde P.E., Mo M.Z., Ali A., Fourmaux S., Lassonde P., Kieffer J.C., Rozmus W., Teychenné D., Fedosejevs R. *Phys. Plasmas*, **21**, 123113 (2014).
- Rosmej O.N., Andreev N.E., Zaehner S., Zahn N., Christ P., Borm B., Radon T., Sokolov A., Pugachev L.P., Khaghani D., Horst F., Borisenko N.G., Sklizkov G., Pimenov V.G. *New J. Phys.*, **21**, 043044 (2019).
- Лобок М.Г., Быченков В.Ю. *Квантовая электроника*, **53** (2023) (в печати).
- Лобок М.Г., Брантов А.В., Быченков В.Ю. *Квантовая электроника*, **53** (2023) (в печати).
- Брантов А.В., Лобок М.Г., Быченков В.Ю. *Квантовая электроника*, **53** (2023) (в печати).
- Вайс О.Е., Лобок М.Г., Быченков В.Ю. *Квантовая электроника*, **53** (2023) (в печати).